

**Mathématiques**
Niveau moyen
Épreuve 1

Mardi 10 mai 2016 (après-midi)

Numéro de session du candidat

1 heure 30 minutes

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Aucune calculatrice n'est autorisée pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[90 points]**.



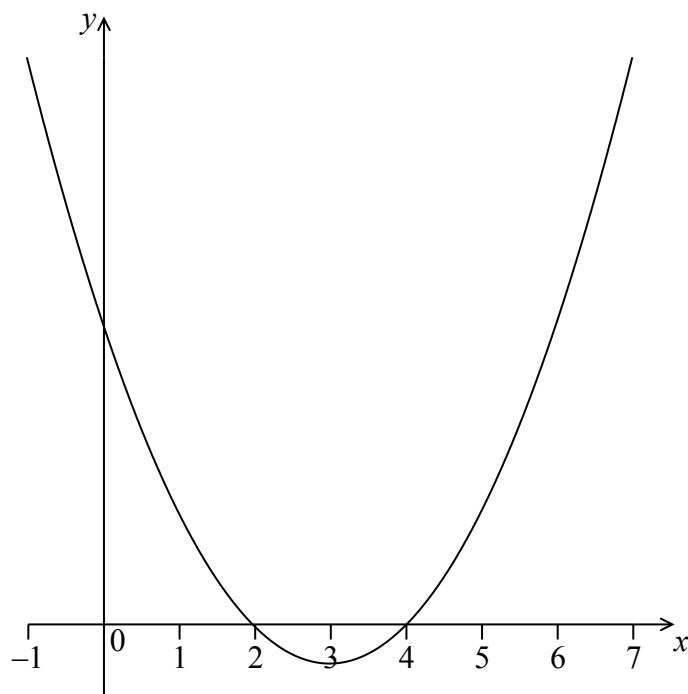
Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

Section A

Répondez à **toutes** les questions dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 6]

La figure suivante montre une partie de la représentation graphique d'une fonction du second degré f .



Le sommet est au point $(3 ; -1)$ et les abscisses à l'origine sont 2 et 4.

La fonction f peut s'écrire sous la forme $f(x) = (x - h)^2 + k$.

(a) Écrivez la valeur de h et celle de k . [2]

La fonction peut également s'écrire sous la forme $f(x) = (x - a)(x - b)$.

(b) Écrivez la valeur de a et celle de b . [2]

(c) Trouvez l'ordonnée à l'origine. [2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 1)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Note maximale : 5]

Il y a 10 objets dans un ensemble de données. La somme des objets est 60.

(a) Trouvez la moyenne.

[2]

La variance de cet ensemble de données est 3. Chaque valeur de l'ensemble est multipliée par 4.

(b) (i) Écrivez la valeur de la nouvelle moyenne.

(ii) Trouvez la valeur de la nouvelle variance.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Note maximale : 6]

Soit $x = \ln 3$ et $y = \ln 5$. Donnez les expressions suivantes en fonction de x et y .

(a) $\ln\left(\frac{5}{3}\right)$. [2]

(b) $\ln 45$. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Note maximale : 6]

Trois termes consécutifs d'une suite géométrique sont $x - 3$, 6 et $x + 2$.
Trouvez les valeurs possibles de x .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

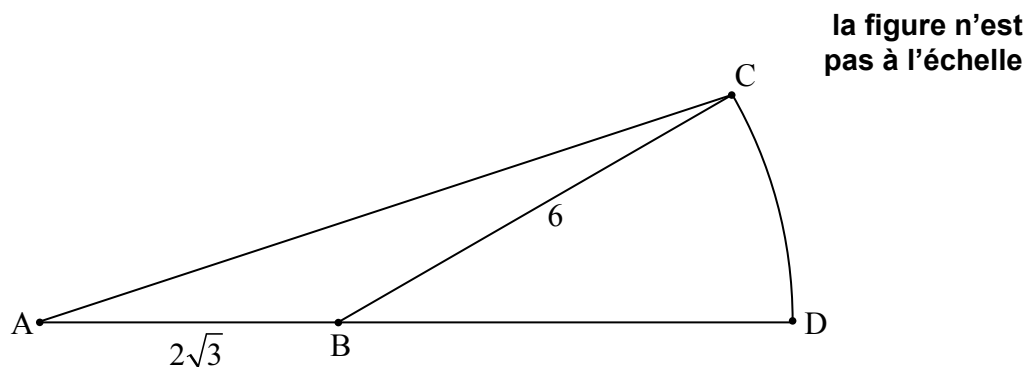
.....

.....



5. [Note maximale : 8]

La figure suivante montre un triangle ABC et un secteur BDC d'un cercle de centre B et de rayon égal à 6 cm. Les points A , B et D sont sur la même droite.



$AB = 2\sqrt{3}$ cm, $BC = 6$ cm, aire du triangle $ABC = 3\sqrt{3}$ cm², $\hat{A}BC$ est obtus.

(a) Trouvez $\hat{A}BC$. [5]

(b) Trouvez l'aire exacte du secteur BDC. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 7]

Soit $f(x) = 6x\sqrt{1-x^2}$ pour $-1 \leq x \leq 1$, et $g(x) = \cos(x)$, pour $0 \leq x \leq \pi$.
Soit $h(x) = (f \circ g)(x)$.

(a) Donnez $h(x)$ sous la forme $a \sin(bx)$, où $a, b \in \mathbb{Z}$.

[5]

(b) À partir de là, trouvez l'image de h .

[2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Note maximale : 7]

Soit $\mathbf{u} = -3\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ et $\mathbf{v} = m\mathbf{j} + n\mathbf{k}$, où $m, n \in \mathbb{R}$. Étant donné que $\mathbf{v}$ est un vecteur unitaire perpendiculaire à $\mathbf{u}$, trouvez les valeurs possibles de m et de n .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

Section B

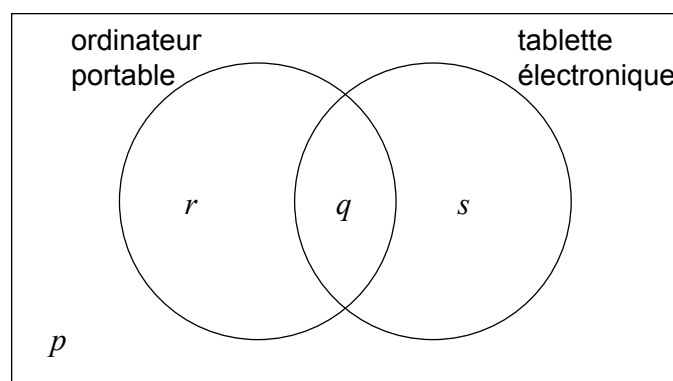
Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

8. [Note maximale : 13]

Dans une classe de 21 élèves, 12 possèdent un ordinateur portable, 10 possèdent une tablette électronique et 3 ne possèdent ni l'un ni l'autre.

Le diagramme de Venn suivant montre les événements « posséder un ordinateur portable » et « posséder une tablette électronique ».

Les valeurs p , q , r et s représentent des nombres d'élèves.



(a) (i) Écrivez la valeur de p .

(ii) Trouvez la valeur de q .

(iii) Écrivez la valeur de r et celle de s .

[5]

(b) Un élève est choisi au hasard dans la classe.

(i) Écrivez la probabilité que cet élève possède un ordinateur portable.

(ii) Trouvez la probabilité que cet élève possède un ordinateur portable ou une tablette électronique, mais pas les deux.

[4]

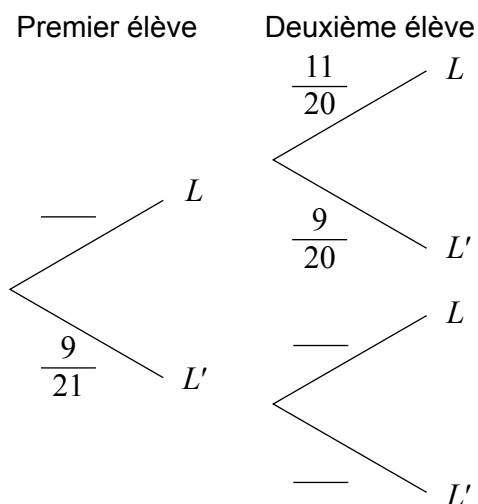
(Suite de la question à la page suivante)



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

(Suite de la question 8)

- (c) Deux élèves sont choisis au hasard dans la classe. Soit L l'événement « l'élève possède un ordinateur portable ».
- (i) **Copiez** et complétez le diagramme en arbre suivant. (N'écrivez **pas** sur cette page.)



- (ii) Écrivez la probabilité que le deuxième élève possède un ordinateur portable, étant donné que le premier possède un ordinateur portable.

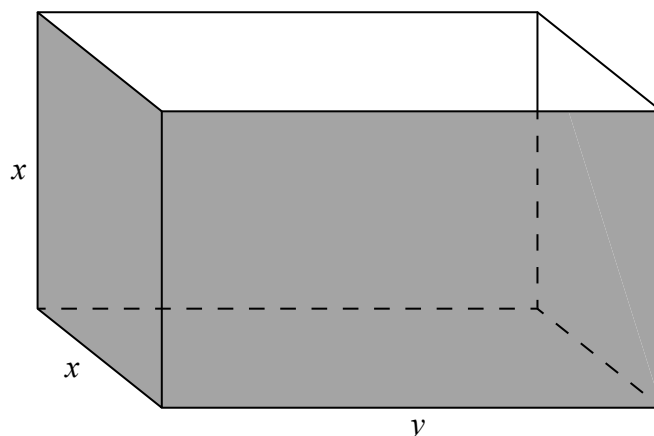
[4]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

9. [Note maximale : 16]

Fred fabrique un récipient métallique ouvert ayant la forme d'un parallélépipède rectangle, tel qu'indiqué dans la figure suivante.



La hauteur du récipient est de x m, sa largeur est de x m et sa longueur est de y m.
Le volume est de 36 m^3 .

Soit $A(x)$ l'aire de la surface extérieure du récipient.

- (a) Montrez que $A(x) = \frac{108}{x} + 2x^2$. [4]
- (b) Trouvez $A'(x)$. [2]
- (c) Étant donné que l'aire de la surface extérieure est un minimum, trouvez la hauteur du récipient. [5]
- (d) Fred peint l'extérieur du récipient. Un pot de peinture couvre une surface de 10 m^2 et coûte 20 \$. Trouvez le coût total des pots nécessaires pour peindre le récipient. [5]



Veillez **ne pas** écrire sur cette page.

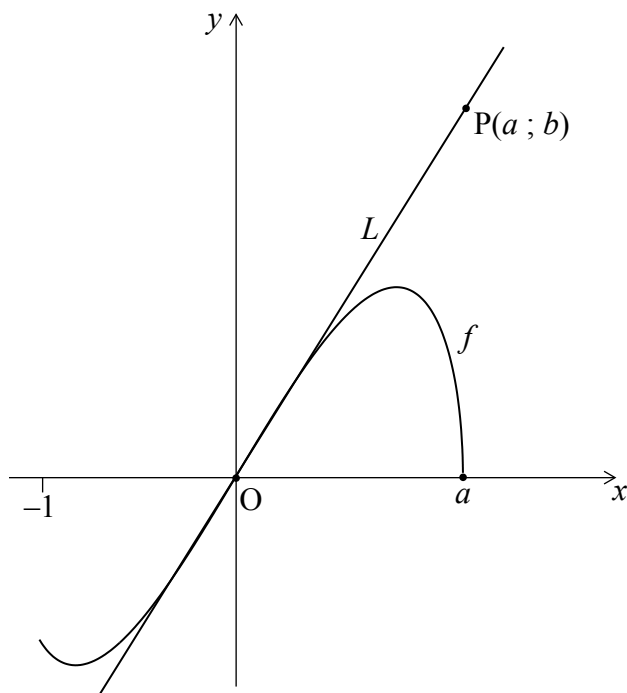
Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

10. [Note maximale : 16]

La figure suivante montre la représentation graphique de $f(x) = 2x\sqrt{a^2 - x^2}$, pour $-1 \leq x \leq a$, où $a > 1$.



La droite L est la tangente à la représentation graphique de f à l'origine, O .
Le point $P(a; b)$ est sur L .

- (a) (i) Étant donné que $f'(x) = \frac{2a^2 - 4x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, pour $-1 \leq x < a$, trouvez l'équation de L .
- (ii) À partir de là ou par toute autre méthode, trouvez une expression pour b en fonction de a .

[6]

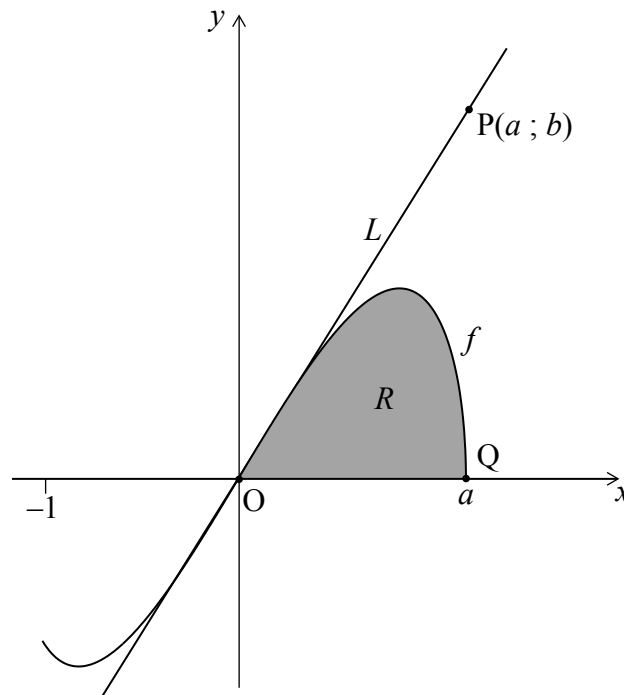
(Suite de la question à la page suivante)



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

(Suite de la question 10)

Le point $Q(a; 0)$ se trouve sur la représentation graphique de f . Soit R la région délimitée par la représentation graphique de f et l'axe des abscisses. Ces informations sont présentées dans la figure suivante.



Soit A_R l'aire de la région R .

(b) Montrez que $A_R = \frac{2}{3}a^3$. [6]

(c) Soit A_T l'aire du triangle OPQ . Étant donné que $A_T = kA_R$, trouvez la valeur de k . [4]



Veillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



16EP16