

**Matemáticas**
Nivel medio
Prueba 2

Viernes 11 de noviembre de 2016 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP02

Sección A

1. [Puntuación máxima: 7]

(a) Halle $f(8)$. [2]

(b) Halle $(g \circ f)(x)$. [2]

(c) Resuelva $(g \circ f)(x) = 0$. [3]

[illegible]

2. [Puntuación máxima: 7]

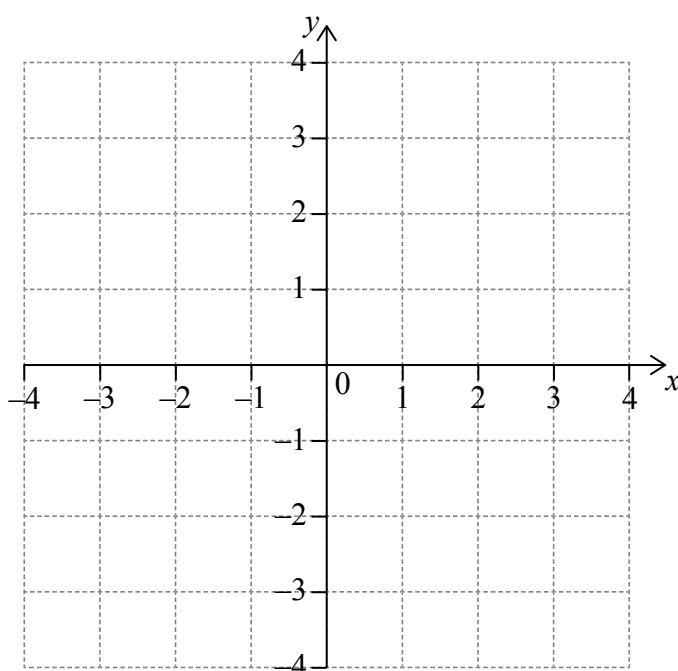
Sea $f(x) = 0,225x^3 - 2,7x$, para $-3 \leq x \leq 3$. Hay un punto mínimo local en A.

(a) Halle las coordenadas de A. [2]

(b) En la siguiente cuadrícula,

(i) dibuje aproximadamente el gráfico de f , indicando claramente la posición del punto A;

(ii) dibuje aproximadamente la tangente al gráfico de f en A. [5]



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

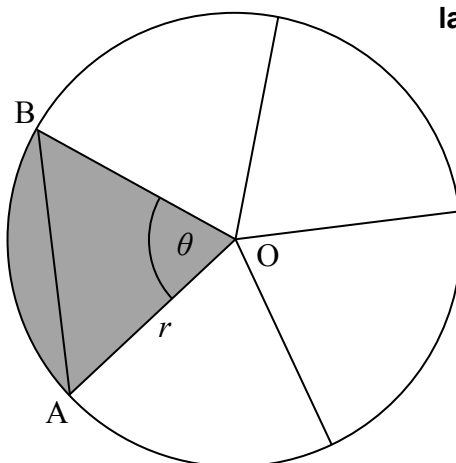
.....



3. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio r mm. El círculo está dividido en cinco sectores circulares iguales.

la figura no está dibujada a escala



Uno de los sectores circulares es OAB , y $\angle AOB = \theta$.

- (a) Escriba el valor **exacto** de θ en radianes. [1]

El área del sector circular AOB es igual a $20\pi \text{ mm}^2$.

- (b) Halle el valor de r . [3]

- (c) Halle AB . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. [Puntuación máxima: 6]

Sean $f(x) = xe^{-x}$ y $g(x) = -3f(x) + 1$.

Los gráficos de f y de g se cortan en $x = p$ y en $x = q$, donde $p < q$.

(a) Halle el valor de p y de q . [3]

(b) A partir de lo anterior, halle el área de la región delimitada por los gráficos de f y de g . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 6]

Los pesos, W , de los bebés recién nacidos en Australia siguen una distribución normal de media 3,41 kg y desviación típica igual a 0,57 kg. Un bebé recién nacido se considera que tiene un peso bajo si pesa menos de w kg.

- (a) Sabiendo que el 5,3 % de los bebés recién nacidos tienen un peso bajo, halle w . [3]
- (b) Hay un bebé recién nacido que tiene un peso bajo.
Halle la probabilidad de que el bebé pese al menos 2,15 kg. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

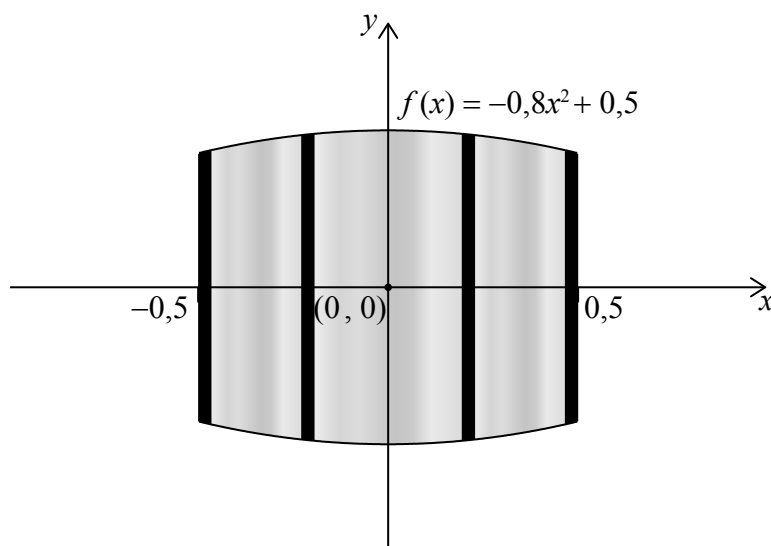
.....



6. [Puntuación máxima: 6]

En esta pregunta todas las longitudes vienen dadas en metros.

Sea $f(x) = -0,8x^2 + 0,5$, para $-0,5 \leq x \leq 0,5$. Mark utiliza $f(x)$ como modelo para crear un barril. La región delimitada por el gráfico de f , el eje x , la recta $x = -0,5$ y la recta $x = 0,5$ se rota 360° alrededor del eje x . Esto se muestra en la siguiente figura.



- (a) Utilice el modelo para hallar el volumen del barril. [3]
- (b) El barril vacío se empieza a llenar con agua. El volumen $V \text{ m}^3$ de agua que hay en el barril al cabo de t minutos viene dado por $V = 0,8(1 - e^{-0,1t})$. ¿Cuánto tiempo tardará el barril en estar medio lleno? [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 6]

Un bote contiene 5 discos rojos, 10 discos azules y m discos verdes. Se saca un disco al azar y se repone. Este proceso se lleva a cabo cuatro veces.

(a) Escriba la probabilidad de que el primer disco que se saque sea rojo. [1]

(b) Sea X el número de discos rojos que se sacan. Halle el menor valor de m para el cual $\text{Var}(X) < 0,6$. [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 16]

A diez alumnos se les hizo una encuesta preguntándoles cuántas horas, x , habían estado navegando en Internet durante la semana 1 del año escolar. Los resultados de la encuesta se muestran a continuación.

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 252, \sigma = 5 \text{ y mediana} = 27.$$

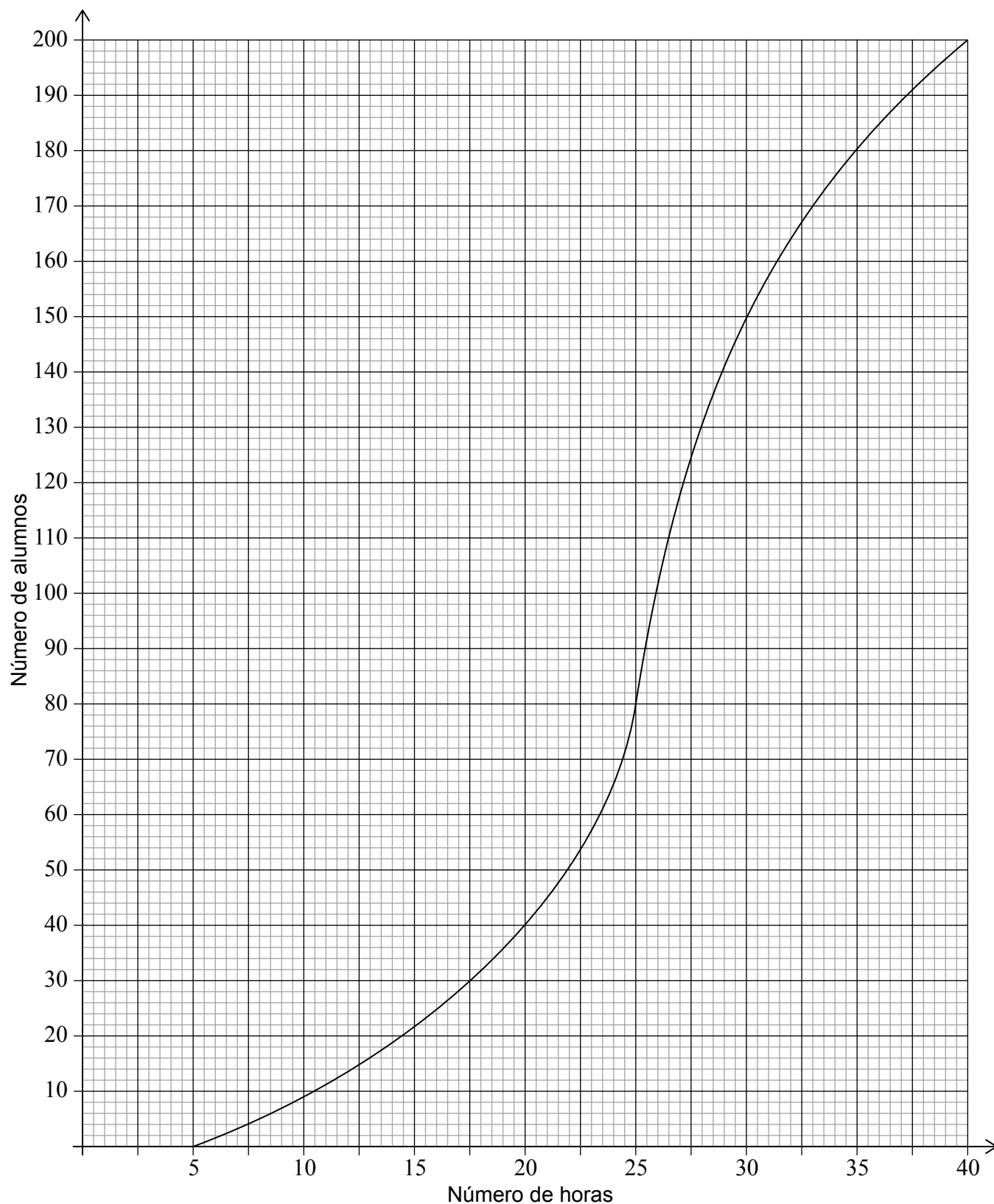
- (a) Halle la media del número de horas que estuvieron navegando en Internet. [2]
- (b) Durante la semana 2, los alumnos estuvieron trabajando en un proyecto importante y cada uno de ellos estuvo cinco horas adicionales navegando en Internet. Para esta semana 2, escriba
 - (i) la media;
 - (ii) la desviación típica. [2]
- (c) Durante la semana 3, cada alumno estuvo navegando en Internet un 5 % menos de tiempo que durante la semana 1. Para esta semana 3, halle
 - (i) la mediana;
 - (ii) la varianza. [6]
- (d) Durante la semana 4, la encuesta se amplió a los 200 alumnos del colegio. Los resultados se muestran en el gráfico de frecuencias acumuladas que aparece en la siguiente página.
 - (i) Halle el número de alumnos que estuvieron entre 25 y 30 horas navegando en Internet.
 - (ii) Sabiendo que el 10% de los alumnos estuvo más de k horas navegando en Internet, halle el valor máximo de k . [6]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



No escriba soluciones en esta página.

(Pregunta 8: continuación)



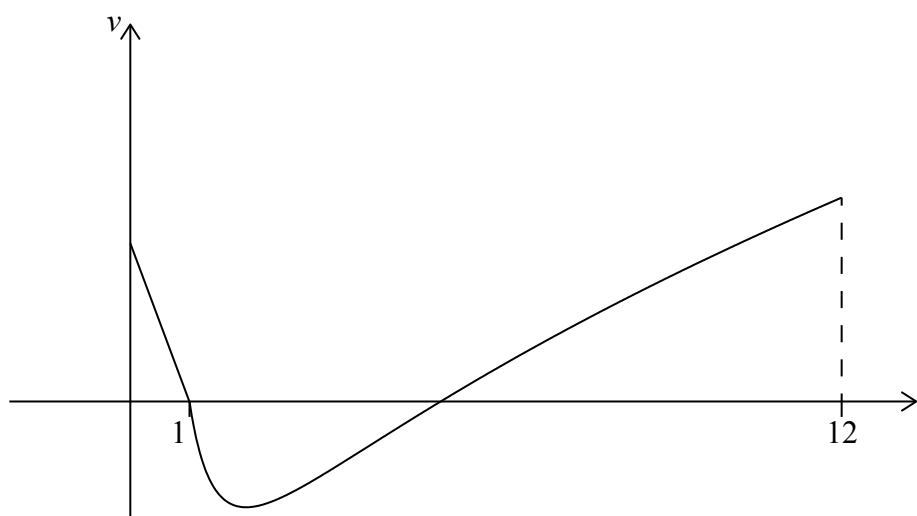
No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 14]

Una partícula P sale del punto A y se mueve a lo largo de una línea recta horizontal. Su velocidad $v \text{ cm s}^{-1}$ al cabo de t segundos viene dada por

$$v(t) = \begin{cases} -2t + 2, & \text{para } 0 \leq t \leq 1 \\ 3\sqrt{t} + \frac{4}{t^2} - 7, & \text{para } 1 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

La siguiente figura muestra el gráfico de v .



(a) Halle la velocidad inicial de P. [2]

P se encuentra en reposo cuando $t = 1$ y cuando $t = p$.

(b) Halle el valor de p . [2]

Cuando $t = q$, la aceleración de P es igual a cero.

(c) (i) Halle el valor de q . [4]

(ii) A partir de lo anterior, halle la **celeridad** de P cuando $t = q$. [4]

(d) (i) Halle la distancia total que ha recorrido P entre $t = 1$ y $t = p$.

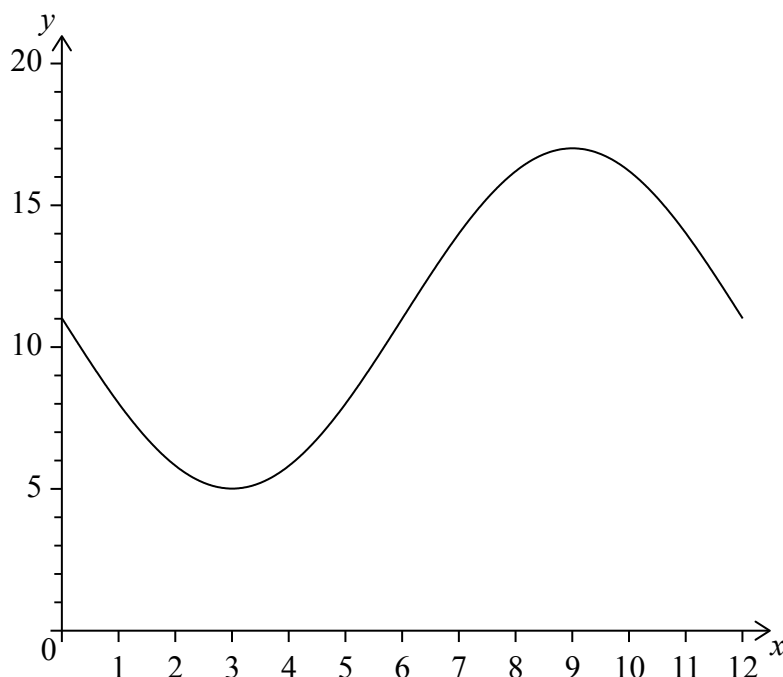
(ii) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle el desplazamiento de P respecto de A cuando $t = p$. [6]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 15]

La siguiente figura muestra el gráfico de $f(x) = a \sin bx + c$, para $0 \leq x \leq 12$.



El gráfico de f presenta un punto mínimo en $(3, 5)$ y un punto máximo en $(9, 17)$.

(a) (i) Halle el valor de c .

(ii) Muestre que $b = \frac{\pi}{6}$.

(iii) Halle el valor de a .

[6]

El gráfico de g se obtiene a partir del gráfico de f mediante una traslación de $\begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix}$.

El punto máximo del gráfico de g tiene por coordenadas $(11,5; 17)$.

(b) (i) Escriba el valor de k .

(ii) Halle $g(x)$.

[3]

El gráfico de g cambia de cóncavo hacia arriba a cóncavo hacia abajo cuando $x = w$.

(c) (i) Halle w .

(ii) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle la máxima razón de cambio positiva de g .

[6]



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP14

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP16