

**Estudios matemáticos**
Nivel medio
Prueba 1

Lunes 13 de noviembre de 2017 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

1. Un grupo de 20 estudiantes viajan todos juntos a una competición de gimnasia. En la siguiente tabla se muestran sus edades en años.

Edad (años)	14	15	16	17	18	19	20	22
Frecuencia	1	2	7	1	4	1	1	3

- (a) Para los estudiantes de este grupo

(i) halle la media de las edades;

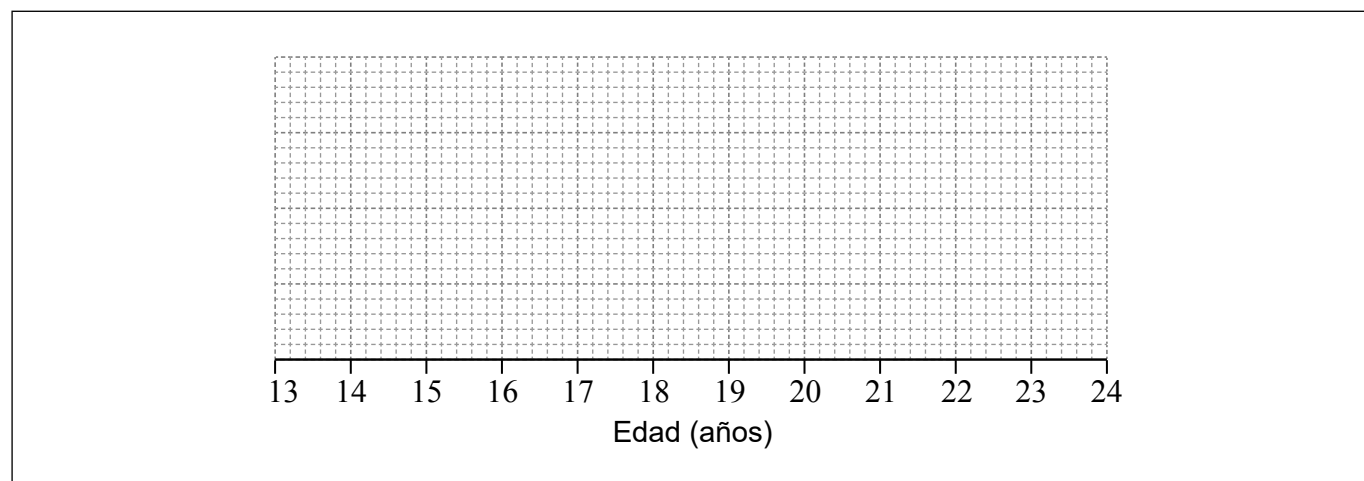
(ii) escriba la mediana de las edades.

[3]

El primer cuartil de las edades es 16 y el tercer cuartil es 18,5.

- (b) Dibuje con precisión un diagrama de caja y bigotes, para las edades de estos estudiantes, en la siguiente cuadrícula.

[3]



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 1: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

- (a) (i)
- (ii)



2. Las coordenadas del punto A son $(6, -7)$ y las coordenadas del punto B son $(-6, 2)$.
El punto M es el punto medio de AB.

(a) Halle las coordenadas de M. [2]

L_1 es la recta que pasa por A y por B.

(b) Halle la pendiente de L_1 . [2]

La recta L_2 es perpendicular a L_1 y pasa por M.

(c) (i) Escriba la pendiente de L_2 .

(ii) Escriba la ecuación de L_2 en la forma $y = mx + c$. [2]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)

(c) (i)

(ii)



3. La velocidad de la luz es igual a 300 000 kilómetros por segundo. La distancia promedio entre el Sol y la Tierra es igual a 149,6 millones de km.

(a) Calcule el tiempo, **en minutos**, que tarda la luz del Sol en llegar a la Tierra. [3]

Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año y es igual a 9 467 280 millones de km. Polaris es una estrella brillante que es visible desde el hemisferio norte. La distancia que hay entre la Tierra y Polaris es igual a 323 años luz.

(b) Halle la distancia que hay entre la Tierra y Polaris en millones de km. Dé la respuesta en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. [3]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



20EP06

4. Considere las siguientes proposiciones.

p : El coche está en garantía

q : El coche tiene menos de 2 años

r : El coche tiene más de 20 000 km conducidos

(a) Escriba con palabras $(q \vee \neg r) \Rightarrow p$.

[3]

(b) Complete la tabla de verdad.

[2]

p	q	r	$\neg r$	$q \vee \neg r$	$(q \vee \neg r) \Rightarrow p$
V	V	V	F		
V	V	F	V		
V	F	V	F		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	V	F	V		
F	F	V	F		
F	F	F	V		

(c) Indique si el enunciado $\neg p \Rightarrow \neg(q \vee \neg r)$ es el contrario, el recíproco o el contrarrecíproco del enunciado del apartado (a).

[1]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

.....

.....

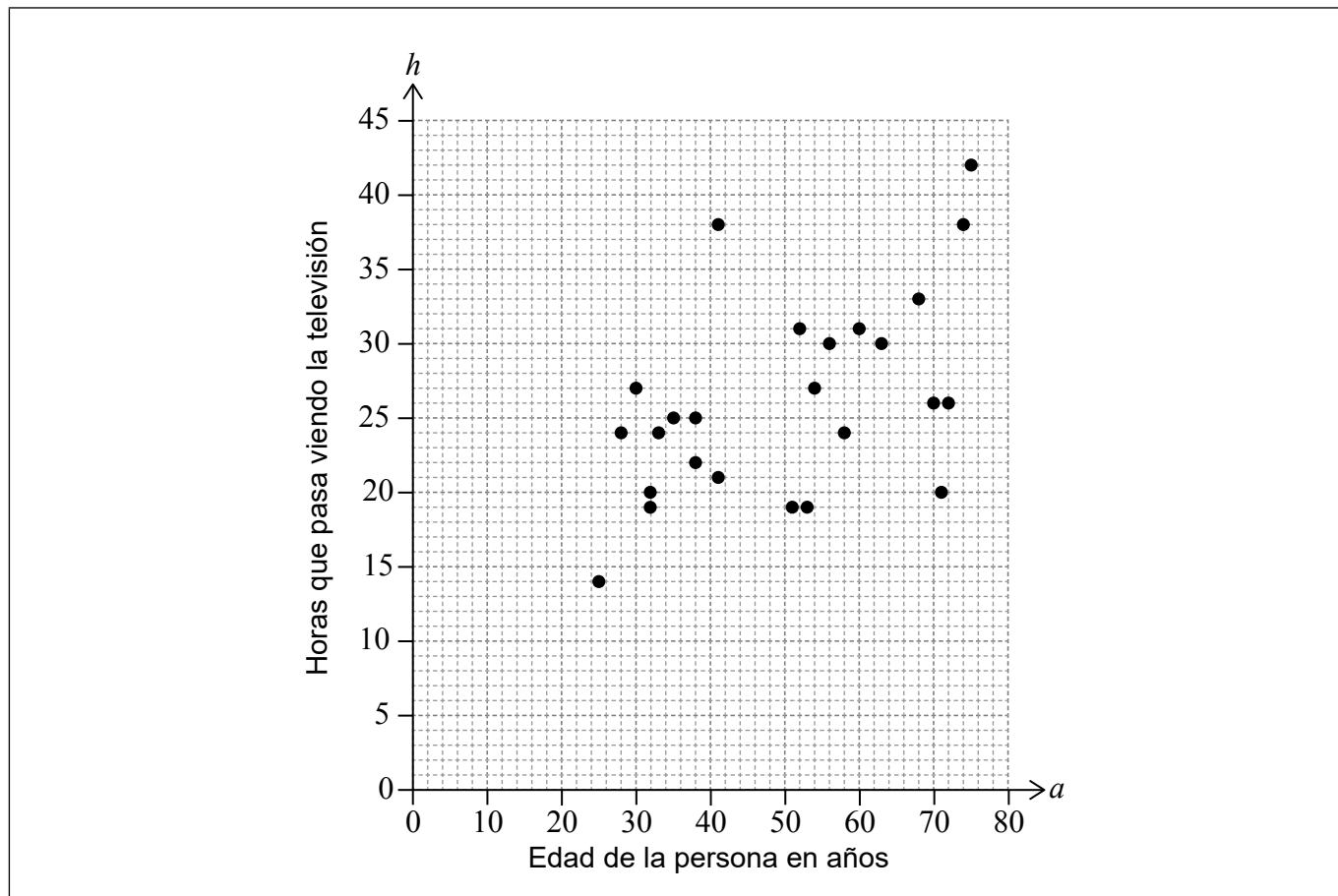
.....

.....

(c)



5. Se realiza una encuesta para investigar la relación que existe entre la edad de una persona en años (a) y el número de horas a la semana (h) que ve la televisión. El siguiente diagrama de dispersión representa los resultados de la encuesta.



La media de las edades de las personas encuestadas fue 50.

Para estos resultados, la ecuación de la recta de regresión de h sobre a es $h = 0,22a + 15$.

- (a) Halle la media del número de horas a la semana que ven la televisión las personas encuestadas. [2]
- (b) Dibuje con precisión la recta de regresión en el diagrama de dispersión. [2]
- (c) Determine cuál de los siguientes enunciados es verdadero y coloque un tic (✓) en la casilla correspondiente:

La correlación entre h y a es positiva.	
La correlación entre h y a es negativa.	
No hay correlación entre h y a .	

[1]

- (d) Diogo tiene 18 años. Dé una razón que explique por qué no se debería utilizar esta recta de regresión para estimar el número de horas a la semana que Diogo ve la televisión. [1]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 5: continuación)

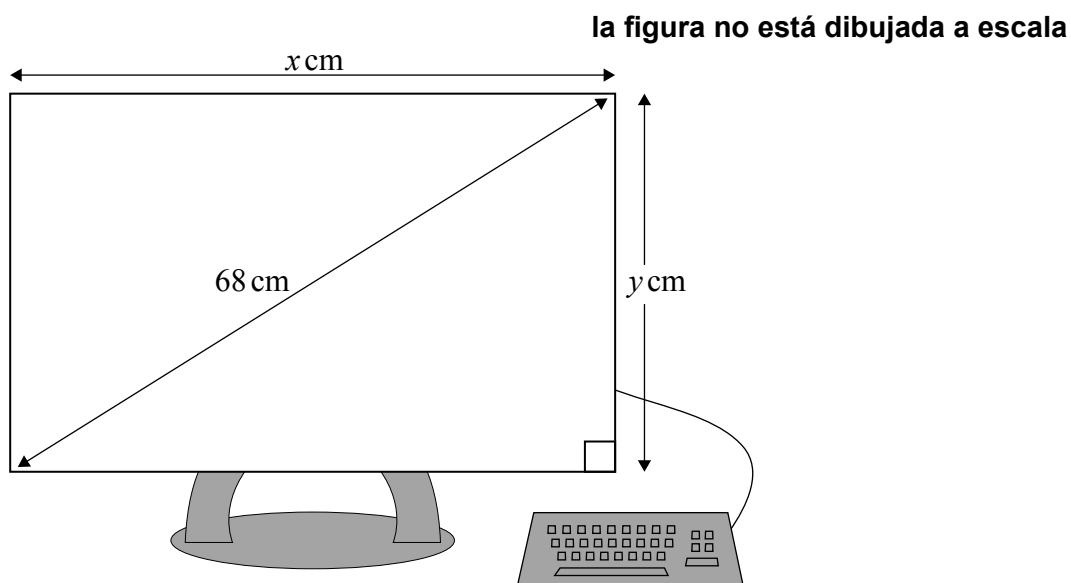
Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (d)
-



6. El tamaño de la pantalla de un ordenador indica la longitud de la diagonal. Zuzana compra una pantalla rectangular de ordenador de un tamaño de 68 cm, una altura de y cm y un ancho de x cm, tal y como se muestra en la figura.



- (a) Utilice esta información para escribir una ecuación que relacione x e y . [1]

La razón entre la altura y el ancho de la pantalla es 3:4.

- (b) Utilice esta razón para escribir y en función de x . [2]

- (c) Halle el valor de x y el de y . [3]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
 (b)
 (c)



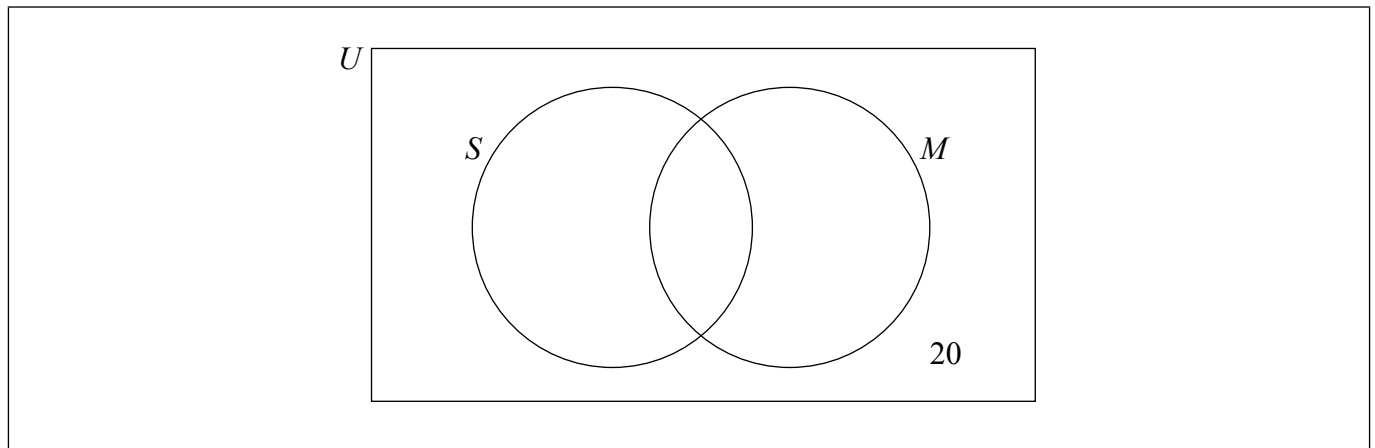
7. La Escuela Rosewood tiene 120 alumnos. Los alumnos pueden apuntarse al club de deportes (S) y al club de música (M).

Para un alumno elegido al azar de entre estos 120, la probabilidad de que se haya apuntado a los dos clubes es igual a $\frac{1}{4}$ y la probabilidad de se haya apuntado al club de música es igual a $\frac{1}{3}$.

Hay 20 alumnos que no se han apuntado a ninguno de los dos clubes.

- (a) Complete el diagrama de Venn para estos alumnos.

[2]



- (b) Se elige al azar a uno de los alumnos que está apuntado al club de deportes. Halle la probabilidad de que este alumno se haya apuntado a los dos clubes.

[2]

- (c) Determine si los sucesos S y M son independientes.

[2]

Operaciones:

Respuestas:

- (b)
(c)



8. En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a 2 lugares decimales.

José viaja de Buenos Aires a Sydney. Utiliza pesos argentinos, ARS, para comprar en un banco 350 dólares australianos, AUD. El tipo de cambio aplicado es $1 \text{ ARS} = 0,1559 \text{ AUD}$.

- (a) Utilice este tipo de cambio para calcular qué cantidad de ARS equivale a 350 AUD. [2]

El banco le cobra a José una comisión del 2%.

- (b) Calcule la cantidad **total** de ARS que paga José para obtener esos 350 AUD. [2]

José utiliza su tarjeta de crédito para pagar la factura del hotel de Sydney. La factura son 585 AUD. La empresa de la tarjeta de crédito le cobra a José por este pago 4228,38 ARS. El tipo de cambio que utiliza la empresa de la tarjeta de crédito es $1 \text{ AUD} = x \text{ ARS}$. No se le cobra ninguna comisión.

- (c) Halle el valor de x . [2]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
(b)
(c)



9. Juan se compra una bicicleta en las rebajas. A Juan le hacen un descuento del 30% sobre el precio original y paga por la bicicleta 560 dólares estadounidenses (USD).

(a) Calcule cuál era el precio original de la bicicleta.

[2]

Para poder comprarse la bicicleta, Juan pide un préstamo de 560 USD durante 6 meses con un tipo de interés anual nominal del 75%, **compuesto mensualmente**. Juan cree que la cantidad total que tendrá que pagar será menor que el precio original de la bicicleta.

(b) Calcule la diferencia entre el precio original de la bicicleta y la cantidad total que Juan acabará pagando.

[4]

Operaciones:

Respuestas:

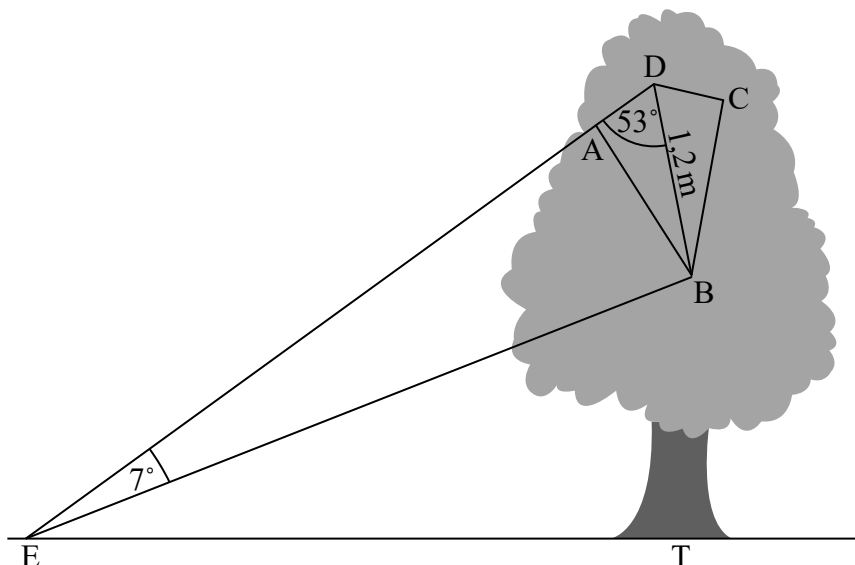
(a)

(b)



10. Emily tiene una cometa ABCD que está colgada de un árbol. El plano ABCDE es vertical.

Emily se encuentra en el punto E situado a una cierta distancia del árbol, de modo tal que EAD es una línea recta y el ángulo $BED = 7^\circ$. Emily sabe que $BD = 1,2$ metros y que el ángulo $BDA = 53^\circ$, tal y como se muestra en la figura.



- (a) Halle la longitud de EB.

[3]

T es un punto situado en la base del árbol. ET es una recta horizontal. El ángulo de elevación de A visto desde E es igual a 41° .

- (b) Escriba el ángulo de elevación de B visto desde E.

[1]

- (c) Halle a qué altura vertical sobre el nivel del suelo se encuentra B.

[2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 10: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



11. Una función cuadrática f viene dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Los puntos $(0, 5)$ y $(-4, 5)$ pertenecen al gráfico de $y = f(x)$.

(a) Halle la ecuación del eje de simetría del gráfico de $y = f(x)$. [2]

(b) Escriba el valor de c . [1]

La coordenada y del mínimo del gráfico es 3.

(c) Halle el valor de a y el de b . [3]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)

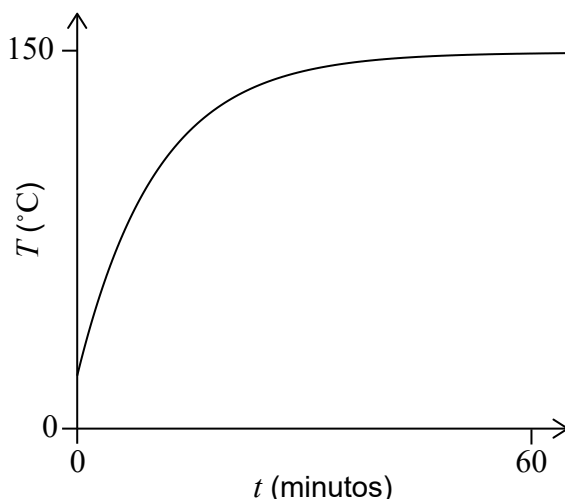
(c)



12. Sejah quiere hacer un bizcocho y, para ello, mete en el horno ya precalentado un molde que contiene la masa del bizcocho. En el centro de la masa del bizcocho la temperatura, T , en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) viene dada por

$$T(t) = 150 - a \times (1,1)^{-t}$$

donde t es el tiempo, en minutos, transcurrido desde que se metió el molde del bizcocho en el horno. En el siguiente diagrama se muestra el gráfico de T .



- (a) Escriba qué representa, en el contexto de la pregunta, el valor 150. [1]

La temperatura en el centro de la masa del bizcocho era igual a 18°C cuando se metió el molde en el horno.

- (b) Halle el valor de a . [2]

El molde se saca del horno 15 minutos después de que la temperatura en el centro de la masa haya alcanzado los 130°C .

- (c) Halle el tiempo total que el molde está en el horno. [3]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)

 (b)
 (c)



13. Para obtener un puesto de trabajo, los candidatos debían hacer un examen de matemáticas. El tiempo que tardaron en hacer el examen sigue una distribución normal de media 53 minutos y una desviación típica igual a 16,3. Se escoge al azar a uno de los candidatos.

(a) Halle la probabilidad de que este candidato haya tardado al menos 40 minutos en hacer el examen. [2]

El 11 % de los candidatos tardaron más de k minutos en hacer el examen.

(b) Halle el valor de k . [2]

Para este puesto de trabajo se presentaron 400 candidatos.

(c) Estime cuántos candidatos tardaron menos de 25 minutos en hacer el examen. [2]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
 (b)
 (c)



14. La función f viene dada por $f(x) = 4x^3 + \frac{3}{x^2} - 3$, $x \neq 0$.

(a) Escriba la derivada de f . [3]

(b) Halle el punto del gráfico de f en el que la pendiente de la tangente es igual a 6. [3]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)



15. María es la propietaria de una fábrica de quesos. La cantidad de queso, Q , en kilogramos que vende María en una semana viene dada por

$$Q = 882 - 45p,$$

donde p es el precio en euros (EUR) de un kilogramo de queso.

- (a) Escriba cuántos kilogramos de queso vende María en una semana si el precio de un kilogramo de queso son 8 EUR.

[1]

María gana $(p - 6,80)$ EUR por cada kilogramo de queso que vende.

- (b) Halle cuánto dinero gana María en una semana con la venta de quesos, si el precio de un kilogramo de queso es 8 EUR.

[2]

Para calcular sus beneficios semanales W , en EUR, María multiplica la cantidad de queso que vende por el dinero que gana con cada kilogramo.

- (c) Escriba una expresión para representar W en función de p .

[1]

- (d) Halle el precio, p , con el que María obtendrá los mayores beneficios semanales.

[2]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
 (b)
 (c)
 (d)

